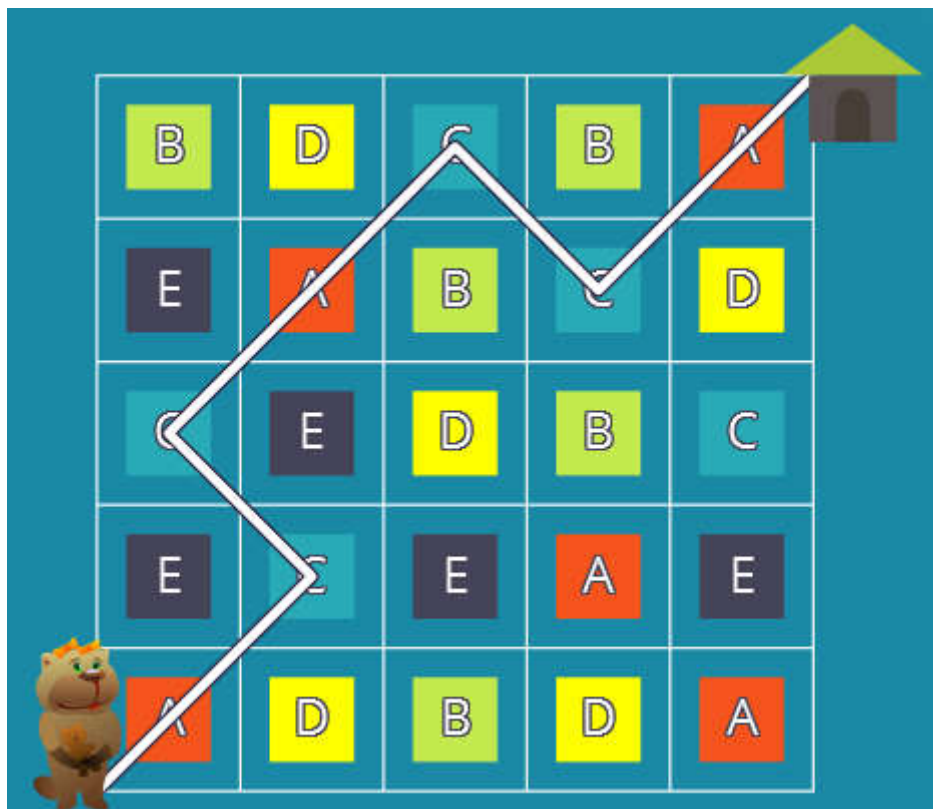


БЕБРАС – 2017



Відповіді та вказівки до розв'язування завдань

Зміст

Передмова	4
Бобреняточко	7
1. Всі вдома	7
2. Дорога додому	7
3. Квитки	7
4. Катакомби	7
5. Квіточки	7
6. Стрічка	7
7. Паркан	8
8. Поливання	8
9. Скарб	8
10. Турнір	8
11. Шахові лицарі	8
12. Шпалери	8
Бобренятко	9
1. Всі вдома	9
2. Дорога додому	9
3. Квитки	9
4. Катакомби	9
5. Стрічка	9
6. Шахові лицарі	9
7. Шпалери	9
8. Кульки	10
9. Острів	10
10. Шифр	10
11. Сейф	10
12. Автостоянка	10
13. Геометрія	10
14. Маршрут	10
Бобреня	11
1. Дорога додому	11
2. Квитки	11
3. Стрічка	11
4. Шахові лицарі	11
5. Шпалери	11
6. Кульки	11
7. Острів	11
8. Шифр	11
9. Сейф	11
10. Автостоянка	11
11. Стрілки	11
12. Запрошення	12
13. Обмін	12
14. Фрукти	12
15. Лоу-кост	12
16. Графіка	12
Бобрик	13
1. Дорога додому	13
2. Квитки	13
3. Стрічка	13
4. Шахові лицарі	13
5. Шпалери	13
6. Кульки	13
7. Острів	13
8. Сейф	13
9. Автостоянка	14

10.	Стрілки.....	14
11.	Запрошення	15
12.	Обмін.....	15
13.	Фрукти	15
14.	Лоу-кост.....	15
15.	Графіка	15
16.	Робот	15
17.	Червоне і синє	16
18.	Хованки	16
Бобер.....		17
1.	Дорога додому	17
2.	Квитки	17
3.	Стрічка	17
4.	Шахові лицарі	18
5.	Острів	18
6.	Сейф	18
7.	Автостоянка	18
8.	Стрілки.....	18
9.	Запрошення	18
10.	Обмін.....	18
11.	Фрукти	18
12.	Лоу-кост.....	19
13.	Графіка	19
14.	Робот	19
15.	Червоне і синє	19
16.	Хованки	19
17.	Кубик	19
18.	Велофан	20
19.	Боброва хата.....	20
20.	Трикутник.....	21

Передмова

У цьому збірнику ви знайдете відповіді та вказівки до розв'язування всіх завдань десятого конкурсу «Бебрас» в Україні.

Змагання проводились у наступних вікових групах:

- **Бобренятчко:** 2-3 класи;
- **Бобренятко:** 4-5 класи;
- **Бобренья:** 6-7 класи;
- **Бобрік:** 8-9 класи;
- **Бобер:** 10-11 класи.

Підсумки проводились по кожному класу окремо.

Якщо завдання повторюється у кількох вікових групах, використовуються гіперпосилання на відповідні пояснення для молодших класів. Щоб не повторюватись, деякі важливі моменти розв'язування аналогічних завдань у поясненнях для старших класів пропущені.

У цьому році використано задачі, запропоновані наступними країнами:

Австрія, Іран, Ісландія, Італія, Канада, Литва, Малайзія, Німеччина, Португалія, Сербія, Словаччина, США, Хорватія, Чехія, Швейцарія.



На фотографії – учасники Міжнародної конференції з підготовки завдань конкурсу, м. Брешія (Італія), травень 2017 року.

Завдання цього річного конкурсу від України підготували:

Світлана Васильченко (Запорізька єврейська гімназія "ОРТ-Алеф"),

Сергій Жуковський (Житомирський ОШО),

Тетяна Затилюк (Андрушівська ЗОШ Житомирської області),

Олександра Кішко та Євгенія Савіна (студенти з Запоріжжя, учасники конкурсу Бобер у 209-2014 роках),

Галина Климович (Зарічненський РМК Рівненської області),

Лілія Костів та Ростислав Шпакович (Львівський фізико-математичний ліцей).

Марина Криштопа (Бугаївська ЗОШ Полтавської області),

Андрій Мірошніченко (Дніпровська академія неперервної освіти).

Людмила Старченко (Харківська академія неперервної освіти),



Всеукраїнська координаційна рада конкурсу,
м. Яремче Івано-Франківської області, серпень 2017 року.



Львів, жовтень 2017 року. Школа програмування переможців минулорічного конкурсу.
До нового конкурсу залишилось три тижні.



Дебютанти вже готові до змагання.



Конкурс розпочався.

Бобренятчко

1. Всі вдома

(Задача запропонована від Словаччини)

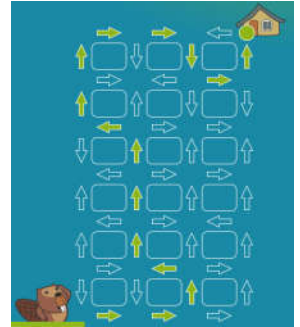
На першому ході потрібно перемістити ромб на одну клітинку вниз або вліво. Після цього, переміщення круга на його домашню клітинку стає можливим. З задачею справились 99% учасників конкурсу.

2. Дорога додому

(Україна)

Відповідь на малюнку справа:

Маршрут успішно проклали 99% учасників конкурсу.



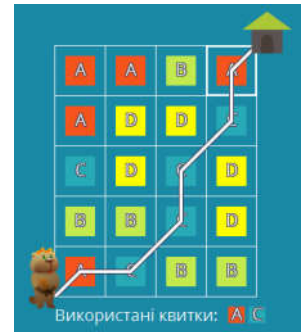
3. Квитки

(Україна)

Єдина правильна відповідь, за яку можна було отримати 4 бали на малюнку справа.

Цей маршрут знайшли 41% учасників конкурсу.

59% учнів використали по три квитки і отримали по 2 бали.



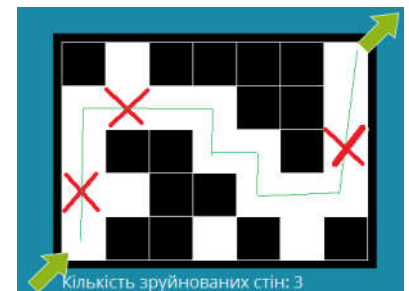
4. Катакомби

(Словаччина)

Щоб прокласти маршрут, необхідно зруйнувати три стіни. Один з варіантів розв'язку на малюнку справа. Маршрут вказано зеленим кольором, зруйновані стіни позначені червоними мітками.

Цей маршрут знайшли 23% учнів другого класу та 28% третьокласників.

71% учнів зруйнували по 4 стіни і отримали по 2 бали.



5. Квіточки

(Україна)

Відповідь на малюнку справа:

Задачу розв'язали 52% другокласників та 62% третьокласників.



6. Стрічка

(Україна)

Виграшна стратегія Богдана:

На першому ході замалювати центральну клітинку; далі на кожний хід суперника відповідати симетрично відносно центральної клітинки.

Виграшну стратегію знайшли 95% учнів.

7. Паркан

(Словаччина)

Відповідь: 19 дошок.

Не червоним кольором можна замалювати лише дев'ять дошок.

Оскільки сусідні дошки не можуть бути одного кольору, червоним кольором можна замалювати лише 10 дошок.

Задачу розв'язали 27% учасників конкурсу

8. Поливання

(Австрія)

Спочатку потрібно перевірити систему з двох з'єднаних кабелів (10 хв).

Якщо вона несправна, за наступні 10 хвилин визначається несправний кабель.

Інакше протягом 20 хвилин перевіряється запобіжний клапан і визначається несправний елемент - клапан або електромотор.

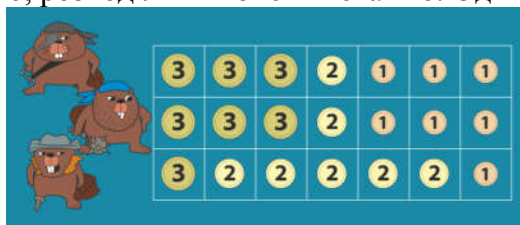
Правильно відповіли 24% учасників конкурсу. Задача виявилась найважчою для учнів 2-3 класів.

9. Скарб

(Україна)

Загальна сума становить 42 бєбро. Тому сума у кожній стрічці повинна бути рівною 14 бєбро.

Використовуючи цю інформацію, розподілити монети неважко. Один з варіантів на малюнку:



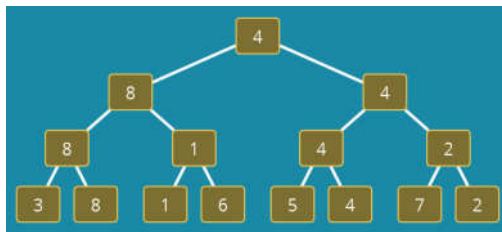
Правильно відповіли 76% другокласників та 82% третьокласників.

10. Турнір

(Хорватія)

Відповідь на малюнку справа:

Правильно розмістили картки 44% учасників.



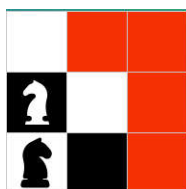
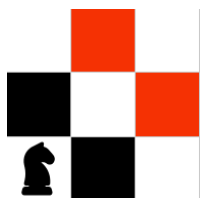
11. Шахові лицарі

(Україна)

Якщо на першому або на другому ході Зуб поставить свого коня на центральну клітинку, він програє.

Виграшна стратегія Зуба: на кожному ході брати під контроль якнайбільше вільних чорних клітинок.

Приклад виграшної послідовності ходів:



Виграшну послідовність ходів знайшли 94% учнів.

12. Шпалери

(США)

Правильна послідовність нанесення покриття: сердечка, ракетки, квіточки, листочки, м'ячики, портфелі. Правильну послідовність знайшли 93% учнів.

Бобренятко

1. Всі вдома

(Словаччина)

Правильно відповіли 99% учнів.

2. Дорога додому

(Україна)

Правильно відповіли 99% учнів.

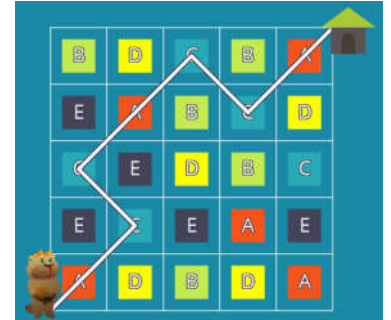
3. Квитки

(Україна)

Єдина правильна відповідь, за яку можна було отримати 4 бали на малюнку справа.

Цей маршрут знайшли 34% учасників конкурсу.

66 % учнів використали по три квитки і отримали по 2 бали.



4. Катакомби

(Словаччина)

Маршрут знайшли 32% учнів четвертого класу та 39% п'ятикласників.

67 % учнів четвертого класу та 60% п'ятикласників зруйнували по 4 стіни і отримали по 2 бали.

5. Стрічка

(Україна)

Виграшна стратегія Богдана:

На першому ході замалювати центральну клітинку; далі на кожний хід суперника відповідати симетрично відносно центральної клітинки.

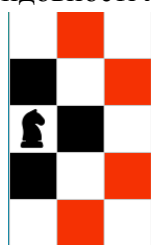
Виграшну стратегію знайшли 58% учнів. Для учнів 2-3 класів стрічка була на 4 клітинки коротша. Тому результат був на 37% кращим.

6. Шахові лицарі

(Україна)

Найпростіша виграшна стратегія Зуба: на кожному ході брати під контроль якнайбільше вільних чорних клітинок.

Приклад виграшної послідовності ходів:



З задачею справились 99% учнів.

7. Шпалери

(США)

Правильний розв'язок отримали 99% учнів.

8. Кульки

(Сербія)

Відповідь:

Спочатку на фінішний лоток попадають чотири останні кульки, потім з лунки А - три перших у зворотному порядку, з лунки В - четверта і п'ята у зворотному порядку, останньою зупиняється шоста кулька з лунки С.

Правильну відповідь дали 33% учнів 4-го класу та 38% учнів 5-го класу.



9. Острів

(Чехія)

Відповідь:

Правильно розмістили всі зображення 54% учнів 4-го класу та 63% учнів 5-го класу.



10. Шифр

(Литва)

Відповідь: CREATIVE

Цю відповідь отримали 38% учнів 4-го класу та 44% учнів 5-го класу.

11. Сейф

(Португалія)

Один з найпростіших алгоритмів розв'язування цієї задачі:

Перед кожною новою перевіркою змінюємо лише одну цифру. Якщо після перевірки кількість правильних цифр зростає на одиницю, то нове значення правильне. Якщо ж після перевірки кількість правильних цифр зменшиться на одиницю, то правильним було старе значення.

Таким чином перевіряємо цифру за цифрою, поки не отримаємо результат «8».

Пароль підбрали 90% учасників конкурсу.

12. Автостоянка

(Україна)

Відповідь: 110.

Паркувальні місця послідовно пронумеровані зліва направо у двійковій системі.

Правильну відповідь отримали 41% учнів 4-го класу та 47% учнів 5-го класу.

13. Геометрія

(Україна)

Відповідь: калькулятор

Правильну відповідь отримали 66% учнів 4-го класу та 72% учнів 5-го класу.

14. Маршрут

(Україна)

Відповідь: монітор

Правильно за маршрутом пройшли 92% учасників конкурсу.

Бобреня

1. Дорога додому

(Україна)

Правильно відповіли майже 100% учнів.

2. Квитки

(Україна)

Цей маршрут знайшли 49% учасників конкурсу.

51% учнів використали по три квитки і отримали по 2 бали.

3. Стрічка

(Україна)

Виграшну стратегію знайшли 65% учнів.

4. Шахові лицарі

(Україна)

З задачею справились 99% учнів.

5. Шпалери

(США)

Правильну послідовність знайшли 99% учнів.

6. Кульки

(Сербія)

Правильну відповідь дали 46% учнів 6-го класу та 50% учнів 7-го класу.

7. Острів

(Чехія)

Правильно розмістили всі зображення 79% учнів 6-го класу та 85% учнів 7-го класу.

8. Шифр

(Литва)

Відповідь: CHALLENGE

Цю відповідь отримали 51% учнів 6-го класу та 57% учнів 7-го класу.

9. Сейф

(Португалія)

Пароль підібрали 95% учасників конкурсу.

10. Автостоянка

(Україна)

Правильну відповідь дали 53% учасників конкурсу.

11. Стрілки

(Ісландія)

Відповідь: а, е, с.

Перший вагон через стрілки X1, X2, X4 попаде на колію А. Ці три стрілки переключаться на праві відгалуження. Другий вагон пройде через стрілки X1, X3, X6 і попаде на колію Е. Стрілка X1 повернеться на ліве відгалуження. Третій вагон через відгалуження X1, X2, X5 попаде на колію С. Правильну відповідь дали 45% учасників конкурсу.

Сформувати правильний порядок пропуску через систему стрілок всіх восьми вагонів за допомогою таких міркувань значно складніше. Після проходження кожного вагону потрібно запам'ятовувати зміни положень трьох відповідних стрілок.

У поясненні відповідної задачі для старшокласників показано, як використання двійкової системи числення значно спрощує розв'язок.

12. Запрошення

(Італія)

Правильна відповідь – остання:

`/$Запрошую$ _всіх_/ у *свій* :будиночок: на _/мії/_ :день народження:!!!`

Задачу розв'язали 25 % учасників. Вона виявилась найважчою для учнів 6-7 класів.

13. Обмін

(Іран)

Відповідь: Бен, Тед, Анна, Білл, Том, Білл, Анна, Сара, Анна, Тед, Кім, Тед, Бен.

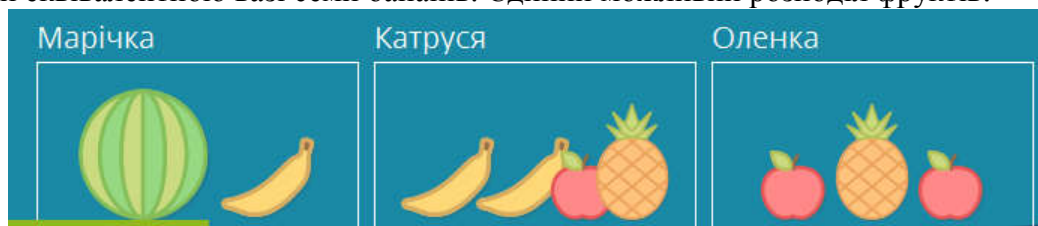
Задачу розв'язали 27% учнів 6-го класу та 31% учнів 7-го класу.

14. Фрукти

(Україна)

З результатів попередніх зважувань зрозуміло, що вага яблука дорівнює вазі двох бананів, вага кавуна дорівнює вазі шести бананів, вага ананаса – вазі трьох бананів.

Отже, вага всіх куплених фруктів дорівнює вазі 21 банана. Тому, вага фруктів у кожного бобреняти повинна бути еквівалентною вазі семи бананів. Єдиний можливий розподіл фруктів:



Задачу розв'язали 58% учнів 6-го класу та 66% учнів 7-го класу.

15. Лоу-кост

(Україна)

Відповідь: 16:10.

Найпростіший алгоритм розв'язування полягає на використанні наступного жадібного алгоритму: починаючи з найраннішого рейсу, що прибуває у Стокгольм, перевіряти, чи можливо потрапити на цей рейс з Одеси.

А) Найшвидший час прибуття у Стокгольм – рейсом з Нюрнберга (7:30 – 9:50). Але потрапити з Одеси до Нюрнберга на 7:30 неможливо.

Б) Наступний час прибуття у Стокгольм – о 16:10. З Одеси можна встигнути на цей рейс за таким маршрутом (у зворотному порядку):

Единбург – Стокгольм (14:20 – 16:10),

Нюрнберг – Единбург (11:40 – 13:10),

Одеса – Нюрнберг (8:15 – 10:30).

Задачу розв'язали 33 % учнів.

16. Графіка

(Україна)

Відповідь: Inkscape.

Задачу розв'язали 46 % учнів.

Бобрик

1. Дорога додому

(Україна)

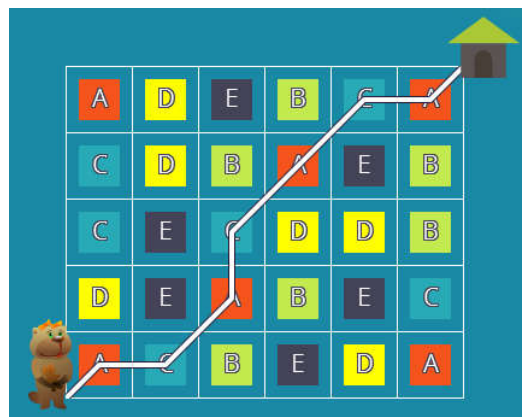
Правильно відповіли 99,5 % учнів.

2. Квитки

(Україна)

Єдиний маршрут, на який достатньо придбати лише два квитки, на малюнку справа:

Цей маршрут знайшли 58% восьмикласників та 62% дев'ятикласників.



3. Стрічка

(Україна)

Для стрічки довжиною 10 клітинок основне зробити правильний перший хід. Після цього гра стає дуже простою. За кілька спроб знайшли перший хід і здобули перемогу над комп'ютером 99% учнів. Описання виграшної стратегії для стрічки довільної довжини дивіться у поясненні відповідної задачі для старшокласників.

4. Шахові лицарі

(Україна)

Задачу розв'язали 99% учасників.

5. Шпалери

(США)

Правильну послідовність знайшли 99% учнів

6. Кульки

(Сербія)

Правильну відповідь дали 58% учнів 8-го класу та 63% учнів 9-го класу.

7. Острів

(Чехія)

Відповідь на малюнку справа:

Правильно переставили зображення 78% учнів .



8. Сейф

(Португалія)

Починати пошук паролю найкраще з початкової перевірки.

Якщо появиться «-», значить кількість правильних цифр –непарна. Тоді змінюємо першу цифру на одиничку і знову здійснюємо перевірку. Зрозуміло, що отримаємо парну кількість правильних цифр. Далі підбираємо пароль, змінюючи одночасно по дві цифри. Спочатку змінюємо дві перші цифри на протилежні, і знову здійснюємо перевірку правильності паролю.

Тут можливі три випадки

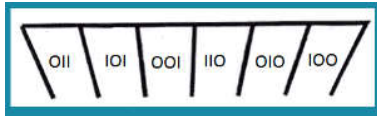
- 1) Кількість правильних цифр збільшилась на два. Це означає, що обидві нові цифри правильні
- 2) Кількість правильних цифр зменшилась на два. Це означає, що обидві нові цифри невірні, тому відновлюємо правильні значення на цих позиціях.
- 3) Кількість правильних цифр не змінилася. Це означає, що одна цифра вірна, а інша - ні. Після цього змінюючи попарно першу і третю, а при потребі другу і третю цифри, визначаємо правильні цифри паролю на перших двох позиціях.

Таким способом, рухаючись по розрядах вправо, встановлюємо всі правильні значення. Пароль підібрали 59% учнів 8-го класу та 63% учнів 9-го класу.

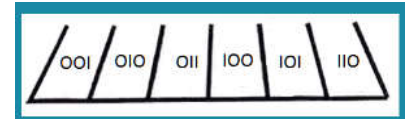
9. Автостоянка

(Україна)

Відповідь:



Паркувальні місця послідовно пронумеровані у двійковій системі. Але дивитись потрібно з протилежного боку:



Правильну відповідь отримали 70% учнів 8-го класу та 76% учнів 9-го класу.

10. Стрілки

(Ісландія)

Перший спосіб розв'язування цієї задачі – запам'ятовувати положення кожної стрілки після проходження кожного вагона. Це досить складно.

Другий спосіб полягає на використанні двійкової системи числення. Це дозволяє скласти просту таблицю порядку пропуску вагонів через систему стрілок. Опишемо цей спосіб.

Положення кожної стрілки, при якому вагон направляється через неї на ліве відгалуження позначимо цифрою «0».

Положення кожної стрілки, при якому вагон направляється через неї на праве відгалуження позначимо цифрою «1».

Щоб потрапити на якусь з восьми колій, кожний вагон проходить через три стрілки:

Номер колії	Положення трьох стрілок при попаданні вагона на відповідну колію						
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
A	0	0		0			
B	0	0		1			
C	0	1			0		
D	0	1			1		
E	1		0			0	
F	1		0			1	
G	1		1				0
H	1		1				1

Легко побачити, що всі колії фактично послідовно пронумеровані двійковими тріадами:

A	B	C	D	E	F	G	H
000	001	010	011	100	101	110	111

При проходженні всіх вагонів через стрілку X1, її положення кожний раз змінюватиметься з «0» на «1», або навпаки.

Кожен вагон проходить одну з двох стрілок - X2 або X3, тому перші два вагони пройдуть по лівих відгалуженнях (положення «0»), два наступних – по правих відгалуженнях (положення «1»), і т.д.

І нарешті кожен вагон проходить одну з чотирьох стрілок - X4, або X5, або X6, або X7. Тому перші чотири вагони пройдуть по лівих відгалуженнях, останні чотири - по правих. В результаті отримаємо таку таблицю:

X1	0	1	0	1	0	1	0	1
X2 або X3	0	0	1	1	0	0	1	1
X4 або X5 або X6 або X7	0	0	0	0	1	1	1	1

Таким чином, отримані по стовпчиках тріади показують порядок пропуску вагонів:

a, e, c, g, b, f, d, h.

Таку відповідь отримали 52% учнів 8-го класу та 58% учнів 9-го класу.

11. Запрошення

(Італія)

Задачу розв'язали 30% учнів 8-го класу та 38% учнів 9-го класу.

12. Обмін

(Іран)

Задачу розв'язали 37% учнів 8-го класу та 44% учнів 9-го класу.

13. Фрукти

(Україна)

Задачу розв'язали 69% учнів 8-го класу та 75% учнів 9-го класу.

14. Лоу-кост

(Україна)

Правильно відповіли 43% учасників конкурсу.

15. Графіка

(Україна)

Задачу розв'язали 47% учнів 8-го класу та 53% учнів 9-го класу.

16. Робот

(Словаччина)

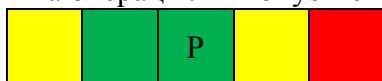
Початкове положення. Робот знаходиться у крайній лівій клітинці:



1-а операція. Виконується інструкція №2:



2-а операція. Виконується інструкція №1:



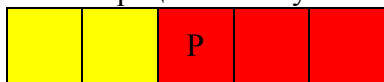
3-а операція. Виконується інструкція №2:



4-5 операції. Двічі виконується інструкція №3:



6-а операція. Виконується інструкція №2:



7-9 операції. Тричі виконується інструкція №1. Робот виходить за межі стрічки:



Задача виявилась найважчою. Її розв'язали 20% учнів 8-го класу та 24% учнів 9-го класу.

17. Червоне і синє

(Канада)

Відповідь: Третє повідомлення.

У першому, другому та четвертому повідомленнях кількість включених червоних фільтрів – парні числа. Це суперечить умові №2.

Правильно відповіли 60% учнів 8-го класу та 66% учнів 9-го класу.

18. Хованки

(Україна)

На жаль в умові була допущена помилка. Тому всім учасникам зараховано по 4 бали за цю задачу.

Правильна умова має такий вигляд:

«Бобрики люблять гру у хованки. На початку гри кожний бобрик отримує свій порядковий номер. Бобрики стають у коло і розраховуються на "перший-другий". Кожний другий зразу виходить з кола. Розрахунок закінчується, коли залишається один бобрик. Він і повинен шукати всіх інших, які ховаються.

Сьогодні гру розпочали 9 бобриків, вони виходять з кола у такому порядку:

2-й, 4-й, 6-й, 8-й, 1-й, 5-й, 9-й, 7-й.

Залишається лише бобрик з третім номером.

Ввечері бобрик Йосип придумав алгоритм, як швидко визначити номер останнього бобрика при довільній кількості гравців:

- 1) Записати кількість гравців у двійковій системі числення,
- 2) У цьому двійковому числі першу одиничку переставити у кінець числа,
- 3) Отримане двійкове число записати у десятковій системі числення.

Тобто, коли грає 9 бобриків, обчислення Йосипа мають такий вигляд:

$9 \Rightarrow 1001 \Rightarrow 11 \Rightarrow 3$

Наступного дня гру розпочали 25 бобриків. Допоможіть Йосипу визначити номер бобрика, який буде шукати інших.»

Попробуйте розв'язати цю задачу самостійно.

Бобер

1. Дорога додому

(Україна)

Правильно відповіли 99 % учнів

2. Квитки

(Україна)

Правильно відповіли 65 % учнів.

3. Стрічка

(Україна)

Для стрічки довжиною 12 клітинок основне зробити правильний перший хід. Після цього виграти нескладно. За кілька спроб знайшли перший хід і здобули перемогу над комп'ютером 88% учнів.

Зазначимо, що при більшій довжині стрічки пошук виграшних ходів стає значно складніше.

Тоді доцільно використовувати функцію Шпрага-Гранді $G[x]$,

де x – кількість клітинок підряд у стрічці, кожна з яких ще можна замалювати.

Функція обчислюється за такими правилами:

1. Функція дорівнює нулю у заключній позиції, коли ходів більше немає. Тобто $G[0]=0$.
2. Для розбиття, яке складається з двох неперервних стрічок, у одній з яких k клітинок, а у іншій m клітинок, функція обчислюється за формулою:

$$G[k,m]=G[k] \text{ xor } G[m].$$

Логічна операція **xor** (**виключне або**) широко використовується у програмуванні.

Детальне описання використання цієї функції в ігрових задачах радимо подивитись у посібнику «Відповіді та вказівки до розв'язування завдань за 2009 рік» (сайт

<http://bober.net.ua/page.php?name=archive&>, задача «Фан Тан» для старшокласників, стор. 23-24)

3. Щоб обчислити функцію $G[x]$ для стрічки довільної довжини x , потрібно розглянути всі розбиття цієї стрічки, які можуть утворитися після кожного можливого ходу у даній позиції і обчислити функції Шпрага-Гранді для кожного з цих розбиттів.

Тоді $G[x]$ – це найменше невід'ємне число, яке не входить множину можливих значень чисел Гранді після наступного ходу.

Як приклад, знайдемо кілька чисел Гранді для нашої задачі..

- 1) $G[1] = G[2] = 1$, оскільки для стрічки довжиною 1 або 2, після замалювання клітинки, вільних клітинок не залишається, і ми отримуємо позицію з числом Гранді, рівним нулю.
- 2) $X=3$; Можливі лише два ходи: замалювати або крайню або центральну клітинки. У першому випадку ми переходимо у позицію з числом Гранді $G[1] = 1$, у другому $G[0] = 0$. Отже, $G[3]=2$
- 3) $X=4$; Тут можливо замалювати або крайню клітинку, або одну з двох центральних, і перейти лише у позиції з числами Гранді $G[1] = G[2] = 1$. Тому $G[4]=0$. Тобто, гравець, який повинен робити хід у цій позиції, програє.
- 4) $X=5$; Можливий перехід у позиції з такими числами Гранді:
 $G[3]=2; G[2]=1; G[1;1]=G[1] \text{ xor } G[1] = 0$;
Отже $G[5]=3$;

Переконайтесь самостійно, що $G[6]=G[7]=1; G[8]=0; G[9]=G[10]=3; G[11]=2$.

Зрозуміло, що виграшна стратегія полягає у тому, щоб кожним своїм ходом переходити у позиції з числом Гранді, рівним нулю. Інакше цю стратегію реалізує суперник.

(Це означає, що у подібній задачі для 8-9 класів, де довжина стрічки дорівнювала 10, потрібно було замальовувати одну з крайніх клітинок і перейти у позицію з числом Гранді $G[8]=0$).

Переконайтесь, що єдиний виграшний хід у початковій позиції нашої задачі:

замалювати четверту з будь-якого краю клітинку.

Тобто перейти у позицію з наступним числом Гранді:

$$G[2;7]=G[2] \text{ xor } G[7] = 1 \text{ xor } 1 = 0.$$

4. Шахові лицарі

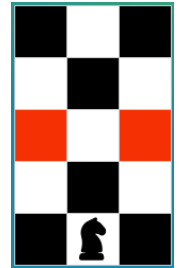
(Україна)

Найпростіша стратегія Зуба: на кожному ході брати під контроль якнайбільше вільних чорних клітинок – тут не проходить.

Якщо на першому ході поставити коня на центральну або на одну з чотирьох сусідніх білих клітинок – перемагає суперник.

Єдиний виграшний перший хід – поставити коня на поле, яке відбирає у суперника дві найкращі клітинки (після цього Хвіст вже не зможе одним ходом взяти під контроль зразу чотири білі клітинки):

Виграшну послідовність ходів знайшли 95% учнів.



Навіть у такому наборі простих шахових задач, запропонованих на цьогорічному конкурсі, не існує єдиної виграшної стратегії. Так само не існує поки що ідеальної шахової програми, що забезпечує перемогу у грі в справжні шахи. Змагання між шаховими програмами різних компаній стимулюють подальший розвиток обчислювальної техніки та прогрес у створенні штучного інтелекту.

5. Острів

(Чехія)

В умові сказано, що літерою X позначено левів.

З положення вже зареєстрованого дитинчати випливає, що літерою W позначені корови, а літерою Y - динозаври.

Звідси випливає висновок, що літерою Z позначені сови.

Після цього розставити фотографії всіх нащадків нескладно.

Відповідь на малюнку справа:

Правильно переставили зображення 66% учнів



6. Сейф

(Португалія)

Пароль підібрали 64% учасників конкурсу.

7. Автостоянка

(Україна)

Правильно відповіли 78% учнів.

8. Стрілки

(Ісландія)

Правильну відповідь дали 61% учнів 10-го класу та 64% учнів 11-го класу

9. Запрошення

(Італія)

Задачу розв'язали 42% учнів 10-го класу та 45% учнів 11-го класу.

10. Обмін

(Іран)

Задачу розв'язали 47% учнів.

11. Фрукти

(Україна)

Задачу розв'язали 73% учнів.

12. Лоу-кост

(Україна)

Правильно відповіли 51% учасників конкурсу.

13. Графіка

(Україна)

Задачу розв'язали 53% учнів.

14. Робот

(Словаччина)

Правильно відповіли 29% учасників конкурсу.

15. Червоне і синє

(Канада)

З задачею справились 67% учасників.

16. Хованки

(Україна)

На жаль в умові була допущена помилка. Тому всім учасникам зараховано по 4 бали за цю задачу.

Правильна умова має такий вигляд:

«Бобрики люблять гру у хованки. На початку гри кожний бобрик отримує свій порядковий номер. Бобрики стають у коло і розраховуються на "перший-другий". Кожний другий зразу виходить з кола. Розрахунок закінчується, коли залишається один бобрик. Він і повинен шукати всіх інших, які ховаються.

Сьогодні гру розпочали 9 бобриків, вони виходять з кола у такому порядку:

2-й, 4-й, 6-й, 8-й, 1-й, 5-й, 9-й, 7-й.

Залишається лише бобрик з третім номером.

Ввечері бобрик Йосип придумав алгоритм, як швидко визначити номер останнього бобрика при довільній кількості гравців:

- 1) Записати кількість гравців у двійковій системі числення,
- 2) У цьому двійковому числі першу одиничку переставити у кінець числа,
- 3) Отримане двійкове число записати у десятковій системі числення.

Тобто, коли грає 9 бобриків, обчислення Йосипа мають такий вигляд:

$9 \Rightarrow 1001 \Rightarrow 11 \Rightarrow 3$

Наступного дня гру розпочали 45 бобриків. Допоможіть Йосипу визначити номер бобрика, який буде шукати інших.»

Попробуйте розв'язати цю задачу самостійно.

17. Кубик

(Малайзія)

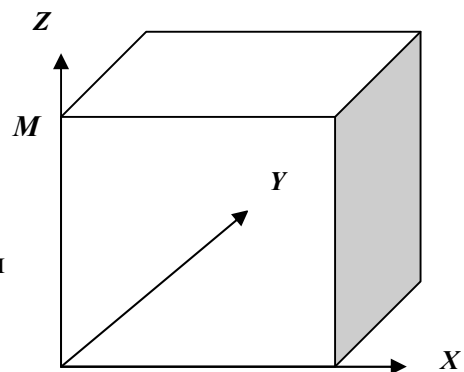
1-й спосіб розв'язування.

Розглянемо рухому систему координат XYZ з початком у лівому нижньому кутку куба (малюнок зліва).

У початковій позиції координати точки $M(0, 0, 1)$.

Кожне переміщення кубика можна як паралельне перенесення на одиницю в напрямку осі x або y та повороту на 90 градусів відносно горизонтальної прямої, яка проходить через центр симетрії куба і перпендикулярної до напрямку

паралельного перенесення. Можна побачити, що при кожному переміщенні змінюється лише одна координата точки M – у напрямку її руху при повороті.



Наприклад: перше переміщення складається з паралельного перенесення у напрямку осі Y та повороту відносно центральної осі симетрії куба, паралельної осі X . Точка M рухається у напрямку зростання координати Y і отримує координати $(0, 1, 1)$.

Умовно зобразимо це переміщення таким чином:

$(0, 0, 1)Y+ \rightarrow (0, 1, 1)$

Запишемо послідовні положення точки M після кожного переміщення:

$(0, 0, 1)Y+ \rightarrow (0, 1, 1)Z- \rightarrow (0, 1, 0)Y- \rightarrow (0, 0, 0)Z+ \rightarrow (0, 0, 1)X+ \rightarrow (1, 0, 1)Z- \rightarrow (1, 0, 0)X- \rightarrow (0, 0, 0)Y+ \rightarrow (0, 1, 0)Z+ \rightarrow (0, 1, 1)X+ \rightarrow (1, 1, 1)Z- \rightarrow (1, 1, 0)Y- \rightarrow (1, 0, 0)Z+ \rightarrow (1, 0, 1)Y+ \rightarrow (1, 1, 1)Z- \rightarrow (1, 1, 0)$.

Отже, відповідь: $(1, 1, 0)$.

У програмуванні така послідовність (коли змінюється лише по одному символу довгого коду) називається кодами Грея. Програмний перебір кодів Грея у конкретних комбінаторних задачах дозволяє швидше отримати оптимальний розв'язок.

2-й спосіб розв'язування.

Цей спосіб практичний і ним скористались багато учнів – взяти будь-який реальний паралелепіпед (наприклад, словничок), позначити одну вершину (точку M) і прокотити кубик за вказаним маршрутом.

Правильно розв'язали задачу 50% учасників конкурсу.

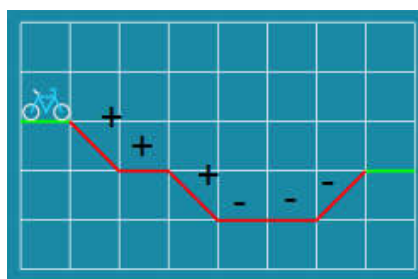
18. Велофан

(Німеччина)

Всі траси складаються з шести відрізків. Тобто, на трьох відрізках швидкість повинна зростати, а на трьох – спадати. Перша траса відпадає, бо на ній є 4 підйоми. Друга траса відпадає, бо на ній є 4 спуски.

Четверта траса відпадає, бо вона закінчується спуском. Тобто на початку останнього спуску швидкість повинна бути від'ємною.

Залишається лише третя траса. Один з можливих способів руху (найшвидший):



Задачу розв'язали 55% учасників.

19. Боброва хата

(Швейцарія)

За першу хвилину у комору не може потрапити ні один бобер. Протягом кожної наступної хвилини у комору можуть потрапити не більше чотирьох бобрів. Тобто мінімальний час, за який у комору попадуть всі бобри – 4 хвилини. Причому з кімнати В може потрапити лише 3 бобри. Отже 7 бобрів повинні пройти через кімнату С.

Один з варіантів переміщень бобрів по кімнатах (присвоїмо бобрам номери від 1 до 10):

Час у хв.	А	В	С	F
0	1..10	-	-	-
1	1..5	6..9	10	-
2	1	8, 2,3,4	5..7	9, 10
3	-	4	1, 2, 3	5..10
4	-	-	-	1..10

Правильну відповідь дали 42% учнів.

20. Трикутник

(Україна)

Єдина формула, яка не приведе до потрібного результату:

=SUM(A1:C1)

Зокрема, в клітинці **K2** відобразиться одиничка.

Задача виявилася найважчою для старшокласників.

Правильно відповіли лише 27% учнів.